

## Αστροφυσική Ι Σειρά Ασκήσεων IV

**1. α)** Έστω ότι η μάζα και η ακτίνα του πυρήνα σιδήρου ενός αστέρα στο τελευταίο στάδιο εξέλιξης του, λίγο πριν την κατάρρευση του και τη δημιουργία ενός αστέρα νετρονίων, είναι  $1.4 M_{\odot}$  και  $0.008 R_{\odot}$ , αντίστοιχα. Στη συνέχεια, ο πυρήνας καταρρέει έως ότου  $R_c=11$  km. Βρείτε την ενέργεια που απελευθερώθηκε κατά την κατάρρευση του πυρήνα. **β)** Η συνολική ροή νετρίνο στη Γη, από την έκρηξη του υπερκαινοφανούς SN 1987A, ήταν  $1.3 \times 10^{14}$  νετρίνο  $m^{-2}$ . Αν η μέση ενέργεια κάθε νετρίνο είναι 4.3 MeV και αν απόσταση του LMC είναι 50 kpc, υπολογίστε τη συνολική ενέργεια που απελευθερώθηκε σε εκπομπή νετρίνο κατά την έκρηξη. Πως συγκρίνεται με την προηγούμενη ενέργεια που υπολογίσατε παραπάνω;

**2.** Από παρατηρήσεις γνωρίζουμε ότι η μάζα και η ακτίνα του Σείριου B είναι  $M=0.97 M_{\odot}$  και  $R=0.008 R_{\odot}$ .  
α) Υπολογίστε τη μέση πυκνότητα του αστέρα αυτού. β) Αν υποθέσετε ότι ο Σείριος B είναι αστέρι ευσταθές, δείξτε ότι η πίεση στο κέντρο του αστέρα θα πρέπει να είναι  $\sim 6 \times 10^{22} \text{ Nm}^{-2}$ . γ) Η πίεση ενός ιδανικού αερίου δίνεται από τη σχέση  $P_g = nkT$ , όπου  $n$  είναι η σωματιδιακή πυκνότητα του αερίου. Δείξτε ότι η παραπάνω σχέση μπορεί να γραφεί και ως:  $P_g = \rho kT / \mu m_H$ , όπου  $\mu \equiv \bar{m} / m_H$  και  $\bar{m}$  είναι η μέση μάζα ενός σωματιδίου του αερίου. Υπολογίστε το  $P_g$  στο κέντρο του Σείριου B. Υπολογίστε και την πίεση ακτινοβολίας στο κέντρο του ίδιου αστέρα. Σχολιάστε τα αποτελέσματά σας και εξηγήστε (εν συντομία!) πως καταφέρνει ο αστέρας να παραμείνει σε κατάσταση ευστάθειας (στο κέντρο του Σείριου B:  $T = 3 \times 10^7 \text{ K}$ , ενώ  $\mu = 1.71$ ).

**3.** α) Σε ορισμένα στάδια της ζωής των αστέρων, όταν σταματάνε οι πυρηνικές αντιδράσεις σύντηξης στον πυρήνα τους, η μόνη πηγή ενέργειας είναι η απελευθέρωση δυναμικής ενέργειας λόγω βαρυτικής συστολής. Γιατί δεν είναι δυνατόν αυτό να συμβεί σε λευκούς νάνους; β) Οι λευκοί νάνοι εκπέμπουν φωτόνια για εκατομμύρια χρόνια από τη στιγμή της "γέννησής" τους. Ποια είναι λοιπόν η πηγή ενέργειάς τους, αφού στο εσωτερικό τους δεν πραγματοποιούνται πυρηνικές καύσεις; γ) Θεωρείστε λευκό νάνο που αποτελείται από άνθρακα (ο πυρήνας του οποίου είναι 12 φορές βαρύτερος από τον πυρήνα υδρογόνου), μάζας ίση με  $M_{\odot}$  και κεντρικής θερμοκρασίας  $T_c = 2.8 \times 10^7 \text{ K}$ . Θεωρείστε ότι  $L = CT_c^{7/2}$ , με  $C = 0.093$ . Δείξτε ότι ο λευκός νάνος θα ακτινοβολεί για  $\sim 170$  εκατομμύρια χρόνια (θυμηθείτε ότι η μέση θερμική κινητική ενέργεια ενός σωματιδίου, εδώ των πυρήνων άνθρακα, είναι ίση με  $(3/2)kT$ ).

**4.** Έστω ευσταθής λευκός νάνος στο κέντρο του οποίου υπάρχουν ιόντα ατομικού βάρους  $A$  και ατομικού αριθμού  $Z$  ( $Z/A \sim 0.5$ ). Η πίεση στο κέντρο του δίνεται από τη σχέση:  $P_c \sim \hbar^2 n_e^{5/3} / m_e$ , όπου  $\hbar$  μία σταθερά,  $n_e$  η πυκνότητα των ηλεκτρονίων και  $m_e$  η μάζα του ηλεκτρονίου. Θεωρώντας ότι  $\rho_0 \sim 3M / 4\pi R^3$ , βρείτε μία σχέση μεταξύ της ακτίνας και της μάζας του λευκού νάνου. Σχολιάστε τη σχέση που θα βρείτε.

**5.** Η μέγιστη συχνότητα περιστροφής ενός αστέρα,  $\nu_{max}$ , είναι αυτή για την οποία τα εξωτερικά του στρώματα εξακολουθούν να παραμένουν στην επιφάνεια του και να εκτελούν κυκλική κίνηση (όταν η συχνότητα περιστροφής αυξηθεί κι' άλλο, αυτά τα στρώματα θα αρχίσουν να αποκολλούνται από την επιφάνεια του αστέρα). Δείξαμε στο μάθημα ότι για ένα λευκό νάνο μάζας  $M_{\text{ΛN}}$  ισχύει η σχέση:  $R = 0.01 R_{\odot} (M_{\text{ΛN}} / 0.7 M_{\odot})^{-1/3}$ , όπου  $R$  η ακτίνα του λευκού νάνου. Βρείτε τη μέγιστη συχνότητα περιστροφής (σε Hz) και την αντίστοιχη ελάχιστη περίοδο περιστροφής (σε δευτερόλεπτα) για ένα λευκό νάνο με μάζα ίση με μία ηλιακή μάζα. Μπορούν οι "πάλσαρς" να είναι λευκοί νάνοι;