

Αστροφυσική Ι Σειρά Ασκήσεων ΙΙΙ

1. α) Υπολογίστε το χρόνο “καύσης” υδρογόνου (σε έτη) σε αστέρι στο κάτω άκρο της “κύριας ακολουθίας” ($M=0.072M_{\odot}$, $\log_{10}T_e=3.23$ και $\log_{10}(L/L_{\odot})=-4.3$) και σε αστέρι στο πάνω άκρο της ($M=85M_{\odot}$, $\log_{10}T_e=4.705$ και $\log_{10}(L/L_{\odot})=6$). **β)** Υπολογίστε την ακτίνα αυτών των αστέρων και το λόγο τους. (Υποθέστε ότι στο αστέρι μικρής μάζας η ζώνη διονορευμάτων εκτείνεται σ' όλο τον όγκο του και επομένως όλο το υδρογόνο, και όχι μόνο το 10% στο εσωτερικό του, είναι διαθέσιμο για πυρηνικές καύσεις. Υποθέστε επίσης ότι και τα δύο αστέρια αποτελούνται μόνο από υδρογόνο).

2. Πόσο χρόνια θα παραμείνουν στην κύρια ακολουθία δύο αστέρια, το ένα μάζας $M=100M_{\odot}$ και λαμπρότητας $L=10^6L_{\odot}$, και το άλλο μάζας $M=0.5M_{\odot}$ και λαμπρότητας $L=0.1L_{\odot}$; (Υποθέστε ότι και στα δύο αστέρια μόνο το 10% στο εσωτερικό τους είναι διαθέσιμο για πυρηνικές καύσεις. Υποθέστε επίσης ότι και τα δύο αστέρια αποτελούνταν αρχικά μόνο από υδρογόνο).

3. Αποδείξτε ότι στο εσωτερικό ευσταθούς αστέρα της κύριας ακολουθίας ισχύει η εξίσωση υδροστατικής ισοροπίας, $\frac{dP}{dr} = \frac{-GM(r)\rho(r)}{r^2}$. Όπως δείξαμε στις παραδόσεις, η λαμπρότητα αστέρα μάζας M που

βρίσκεται στην κύρια ακολουθία (δηλαδή σε κατάσταση υδροστατικής ισοροπίας) δεν μπορεί να είναι μεγαλύτερη από το όριο Eddington: $L_E=(4\pi cG/k)M$, όπου k μία σταθερά (εξαρτάται από τους μηχανισμούς απορρόφησης της ακτινοβολίας στο εσωτερικό του αστέρα). Υπολογίστε το L_E για αστέρες μάζας $M_1=0.072M_{\odot}$ και $M_2=120M_{\odot}$ (δηλαδή για αστέρες στο κατώτατο και στο ανώτατο σημείο της κύριας ακολουθίας, με $\kappa_1=0.001 \text{ m}^2\text{kg}^{-1}$ και $\kappa_2=0.034 \text{ m}^2\text{kg}^{-1}$, αντίστοιχα). Αν για τον πρώτο αστέρα ισχύει ότι $\log(L/L_{\odot})=-4.3$ και για τον δεύτερο αστέρα $\log(L/L_{\odot})=6.25$, σχολιάστε το αποτέλεσμα σας.

4. Θεωρείστε αστέρι μάζας ίση με εκείνη του Ήλιου. **α)** Υπολογίστε την ενέργεια που απελευθερώνεται κατά την αντίδραση “3 άλφα”: $3^4\text{He} \rightarrow ^{12}\text{C}$. Οι μάζες των πυρήνων ^4He και ^{12}C είναι 4,0026 amu και 12,0000 amu, όπου 1 amu (atomic mass unit) = $1.6606 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$. **β)** Υποθέστε ότι μόλις ο αστέρας φτάσει στον οριζόντιο κλάδο των γιγάντων, 40% της αρχικής του μάζας είναι σε μορφή ^4He στον πυρήνα. Υπολογίστε την ολική ενέργεια που θα απελευθερωθεί κατά τη σύντηξη του ηλίου σε άνθρακα μέσω της αντίδρασης “3 άλφα”. **γ)** Υποθέστε τώρα ότι κατά τη διάρκεια που ο αστέρας θα παραμείνει στον οριζόντιο κλάδο των γιγάντων η λαμπρότητά του είναι ίση με $100 L_{\odot}$ και υπολογίστε το χρόνο (σε έτη) που θα παραμείνει σ' αυτόν τον κλάδο, αν όλη η ακτινοβολούμενη ισχύς ισούται με εκείνη που παράγεται στον πυρήνα του από σύντηξη ηλίου.

5. Μετά το πέρας των καύσεων ηλίου στο εσωτερικό των αστέρων αυτά εισέρχονται στο λεγόμενο “ασυμπτωτικό κλάδο των γιγάντων” (AGB). Σ' αυτή τη φάση της “ζωής” τους, τ' αστέρια χάνουν μεγάλα ποσά μάζας από τα εξωτερικά τους στρώματα. Ερευνητές έχουν προτείνει την παρακάτω σχέση για τον υπολογισμό του ρυθμού απώλειας μάζας των AGB αστέρων:

$$\dot{M} = -4 \times 10^{-13} \eta [L/(gR)] M_{\odot} \text{ yr}^{-1},$$

όπου L , g και R είναι η λαμπρότητα, η “επιφανειακή βαρύτητα” και η ακτίνα του αστέρα (όλα μετρημένα σε ηλιακές μονάδες), ενώ το η είναι μια σταθερά (~ 1). **α)** Εξηγείστε ποιοτικά την εξάρτηση του \dot{M} από τα L , g και R . **β)** Δείξτε ότι $\dot{M} = -8.7 \times 10^{-7} M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$ για αστέρι AGB μάζας ίσης με M_{\odot} , που έχει λαμπρότητα $7000 L_{\odot}$ και θερμοκρασία 3000 K .

6. α) Στις αρχές του 20ου αιώνα οι αστρονόμοι πίστευαν ότι τ' αστέρια ξεκινούν τη ζωή τους ως ψυχροί γίγαντες. Στη συνέχεια, λόγω συστολής, θερμαίνονται και γίνονται θερμοί, μπλε Ο αστέρες. Στο υπόλοιπο της ζωής τους χάνουν ενέργεια (λόγω ακτινοβολίας), και γίνονται αμυδρότεροι και ψυχρότεροι, έως ότου καταλήξουν να γίνουν Μ αστέρες. Παρακάτω βλέπετε ένα H-R διάγραμμα ενός σφαιρωτού σμήνους. Μπορείτε να εξηγήσετε γιατί αυτό το διάγραμμα δεν επιβεβαιώνει αυτή την άποψη; **β)** Πιστεύετε ότι υπάρχουν H-R διαγράμματα με “σημεία καμψής” που να αντιστοιχούν στη λαμπρότητα και θερμοκρασία αστέρων μάζας 10-20% μικρότερης από εκείνης του Ήλιου;



