

6^η Ομάδα ασκήσεων

Παράδοση: Τρίτη 16 Νοεμβρίου 2015 στις 16:00

Οι ασκήσεις πρέπει να παραδίδονται γραμμένες σε σελίδες μεγέθους A4, συρραμμένες, με μόνο μία άσκηση ανά φύλλο ακόμη και αν η λύση είναι λιγότερη από δύο σελίδες. Εξηγήστε όσο πιο αναλυτικά μπορείτε τον τρόπο σκέψης σας. Καθυστερημένη παράδοση ασκήσεων δε γίνεται δεκτή και οι ασκήσεις δε θα επιστραφούν.

Άσκηση 1

Αναφέραμε στο μάθημα ότι η παραγωγή ενέργειας στο εσωτερικό του Ήλιου προέρχεται από πυρηνικές σύντηξη υδρογόνου σε ήλιο στον πυρήνα του και η θερμοκρασία στον πυρήνα είναι $\sim 10^7$ °K. α) Δείξτε ότι αν ίσχυαν οι κανόνες της κλασικής φυσικής θα έπρεπε η θερμοκρασία στο εσωτερικό του ήλιου να είναι $\sim 10^{10}$ °K για να μπορέσουν δύο πρωτόνια να πλησιάσουν σε απόσταση 1fermi ($=10^{-15}$ m) ώστε η ισχυρή ελκτική δύναμη να υπερिσχύσει της άπωσης λόγω Coulomb που τα φορτία τους είναι ομώνυμα. β) Μια που όμως αφενός η κυματιδιακή φύση των στοιχειωδών σωματιδίων και αφετέρου το φαινόμενο της κβαντομηχανικής σήραγγας είναι οι λόγοι που επιτρέπουν τη διείσδυση του ενός πρωτονίου στο απωστικό δυναμικό του άλλου εκτιμήστε ότι όντως η θερμοκρασία αρκεί να είναι $\sim 10^7$ °K ώστε ένα πρωτόνιο, με μήκος κύματος de Broglie $\lambda = h/p$, όπου h η σταθερά Planck και p η ορμή του, να μπορεί να διεισδύσει στο άλλο. Υποθέστε ότι στην περίπτωση αυτή το λ είναι ίσο με την τυπική απόσταση μεταξύ των δύο πρωτονίων.

Άσκηση 2

Γνωρίζουμε ότι αν υπάρχει θερμική ισορροπία, θερμοκρασίας T , στο εσωτερικό ενός αστεριού η αριθμητική πυκνότητα $n(\mathbf{v})$ σωματιδίων με ταχύτητες ανάμεσα σε \mathbf{v} και $\mathbf{v}+d\mathbf{v}$ δίνεται από την κατανομή Maxwell-Boltzmann

$$n(v)dv = N \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-\frac{mv^2}{2kT}} 4\pi v^2 dv \quad (1)$$

όπου N ο συνολικός αριθμός των σωματιδίων. Αγνοώντας τις αλληλεπιδράσεις Coulomb και υποθέτοντας ότι οι ταχύτητες των σωματιδίων είναι πολύ μικρότερες από την ταχύτητα του φωτός (δηλαδή αγνοώντας την ύπαρξη δυναμικής ενέργειας και σχετικιστικών διορθώσεων) δείξτε ότι η κατανομή Maxwell-Boltzmann γράφεται ως συνάρτηση της κινητικής ενέργειας των σωματιδίων $K = E = (1/2)mv^2$ με ενέργεια ανάμεσα σε E και $E+dE$ ως

$$n(E)dE = \frac{2N}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{(kT)^{3/2}} \left(E^{1/2} \right) e^{-\frac{E}{kT}} dE \quad (2)$$

Κάνετε γραφική παράσταση την συνάρτηση $n(E)$

Άσκηση 3

α) Υποθέτοντας ότι ο Ήλιος αποτελείται κατά 100% από υδρογόνο εκτιμήστε τον αριθμό των πρωτονίων που περιέχει. β) Μια που η θερμοκρασία στο εσωτερικό του Ήλιου είναι $\sim 10^7$ °K, δείξτε ότι η αντίστοιχη κινητική ενέργεια ενός πρωτονίου στον πυρήνα είναι $\sim 1\text{keV}$, ενώ το μέγιστο του απωστικού δυναμικού Coulomb (το οποίο αντιστοιχεί στην ελάχιστη απόσταση που μπορούν να φθάσουν πριν αρχίσει να υπερισχύει η ελκτική ισχυρή αλληλεπίδραση) είναι $\sim 1\text{MeV}$. γ) Εάν η κατανομή της κινητικής ενέργειας των πρωτονίων στον πυρήνα του Ήλιου ακολουθεί αυτήν του Maxwell-Boltzmann της Άσκησης 2, εκτιμήστε τον αριθμό των πρωτονίων του Ήλιου που έχουν κινητική ενέργεια ικανή να ξεπεράσουν το μέγιστο του δυναμικού Coulomb χωρίς την ανάγκη του φαινομένου της κβαντομηχανικής σήραγγας. Σχολιάστε την απάντησή σας.

Άσκηση 4

Κατά το πρώτο σκέλος της αντίδρασης pp στον πυρήνα του Ήλιου δύο πρωτόνια μετατρέπονται σε δευτέριο, ένα ποζιτρόνιο και ένα νεutrino ηλεκτρονίου (ν_e). Αν γνωρίζετε ότι η ενεργός διατομή του ν_e με τηoltzn ύλη για ενέργειες της τάξεως των MeV είναι $\sigma=10^{-46}\text{m}^2$, υπολογίστε ποια θα είναι η μέση ελεύθερη διαδρομή ενός νεutrino, (δηλαδή το τυπικό μήκος μέχρι να συγκρουστεί με ένα πρωτόνιο) για πυκνότητες ίσες με το αυτές που βρίσκονται στο εσωτερικό του Ήλιου. Τι συμπέρασμα βγάξετε;

Άσκηση 5

Ας υποθέσουμε ότι ξαφνικά σταματούν οι πυρηνικές αντιδράσεις στο κέντρο του Ήλιου, αλλά ο Ήλιος εξακολουθεί να ακτινοβολεί με τον ίδιο ρυθμό. Ποια θα ήταν η πηγή ενέργειας του Ήλιου. Πόσο χρονικό διάστημα θα περνούσε μέχρι να την ακτινοβολήσει ολόκληρη; (γνωστός και όσο χρόνος Kelvin-Helmholtz).