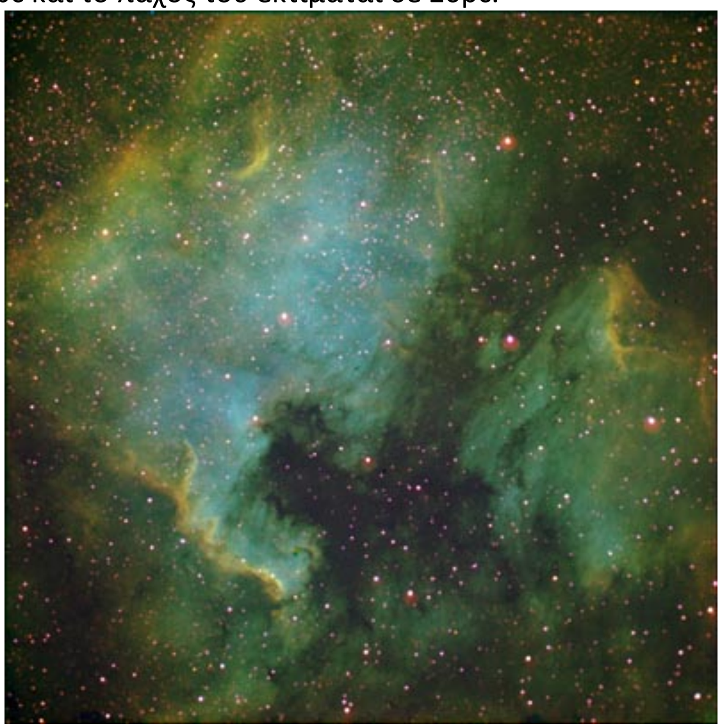
5η Ομάδα ασκήσεων
Παράδοση: Δευτέρα 9 Νοεμβρίου 2015 στις 16:00

Οι ασκήσεις πρέπει να παραδίδονται γραμμένες σε σελίδες μεγέθους Α4, συρραμμένες, με μόνο μία άσκηση ανά φύλλο ακόμη και αν η λύση είναι λιγότερη από δύο σελίδες. Εξηγήστε όσο πιο αναλυτικά μπορείτε τον τρόπο σκέψης σας. Καθυστερημένη παράδοση ασκήσεων δε γίνεται δεκτή και οι ασκήσεις δε θα επιστραφούν.

Άσκηση 1

α) Στην ακόλουθη φωτογραφία παρουσιάζεται ένα νεφέλωμα του Γαλαξία μας, γνωστό και ως «Νεφέλωμα της Βορείου Αμερικής» (North America Nebula) το οποίο βρίσκεται σε απόσταση 700pc και το πάχος του εκτιμάται σε 20pc.



Το αέριο και η σκόνη που περιέχει το Νεφέλωμα της Βορείου Αμερικής απορροφούν μέρος της ακτινοβολίας των γειτονικών τους αστεριών με αποτέλεσμα να εκπέμπει στη συνέχεια μέρος αυτής της ακτινοβολίας και να αποκτά την παραπάνω εικόνα. Παράλληλα όμως απορροφά το φως των αστεριών που βρίσκονται πίσω από αυτό και εκτιμάται ότι τα κάνει να φαίνονται κατά 1.1 μέγεθος πιο αμυδρά στο οπτικό φίλτρο «» “V” (A_V=1.1 mag).

Αν έχουμε ένα αστέρι με απόλυτο μέγεθος M_V=-2mag υπολογίστε α) το φαινόμενο μέγεθος το αστεριού αυτού όταν βρίσκεται ακριβώς μπροστά από το νεφέλωμα β) το φαινόμενο μέγεθός του όταν βρίσκεται ακριβώς πίσω από το νεφέλωμα.

Άσκηση 2

α) Επαναλάβετε το σκεπτικό και υπολογισμούς που έγιναν στο μάθημα ώστε να αποδείξετε την εξίσωση υδροστατικής ισορροπίας

$$\frac{dP}{dr} = -G\frac{M(r)\rho}{r^2} = -\rho g$$

όπου **ρ** η πυκνότητα του αστεριού, ***M(r)*** η μάζα που περικλείεται σε σφαιρικό φλοιό ακτίνας ***r***, και ***g*** η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια του φλοιού αυτού.
β) Δείξτε ότι η παραπάνω εξίσωση μπορεί επίσης να γραφεί ως συνάρτηση του οπτικού βάθους ***τ***, ως

$$\frac{dP}{d\tau} = \frac{g}{\bar{\kappa}}$$

όπου $\bar{\kappa}$ η μέση τιμή του συντελεστή απορρόφησης ή «αδιαφάνειας». Η δεύτερη σχέση χρησιμοποιείται αρκετά σε υπολογισμούς της αριθμητικών μοντέλων για τον υπολογισμό των συνθηκών στο εσωτερικό των αστεριών.

Άσκηση 3

Γνωρίζοντας την τιμή της λαμπρότητας του Ήλιου, $L_{\odot}$, μπορούμε να εκτιμήσουμε πόσο θα ζούσε ο Ήλιος αν όλη η ενέργεια που ακτινοβολεί με αυτόν το σταθερό ρυθμό προερχόταν απλά από χημικές αντιδράσεις. α) Υπολογίστε τον παραπάνω χρόνο ζωής υποθέτοντας ότι η ενέργεια που εκλύεται από χημική αντίδραση είναι περίπου 10eV. β) Είναι δυνατόν η ενέργεια στο εσωτερικό του Ήλιου να παράγεται μόνο με αυτόν τον τρόπο και γιατί;

Άσκηση 4

Σήμερα γνωρίζουμε ότι η ενέργεια στο εσωτερικό του Ήλιου παράγεται κατά την πυρηνική σύντηξη πυρήνων υδρογόνου (δηλαδή πρωτονίων) σε πυρήνες ηλίου. α) Γράψτε τη βασική σειρά των αντιδράσεων οι οποίες απαιτούνται για τη δημιουργία ενός πυρήνα ηλίου καθώς και την ενέργεια (σε MeV) που απελευθερώνεται σε κάθε βήμα. β) Γνωρίζοντας την τιμή της λαμπρότητας του Ήλιου, $L_{\odot}$, υπολογίστε το ρυθμό με τον οποίο μάζα εξαϋλώνεται σε ενέργεια κάθε δευτερόλεπτο. Δώστε το αποτέλεσμά σας σε τόνους ανά δευτερόλεπτο.

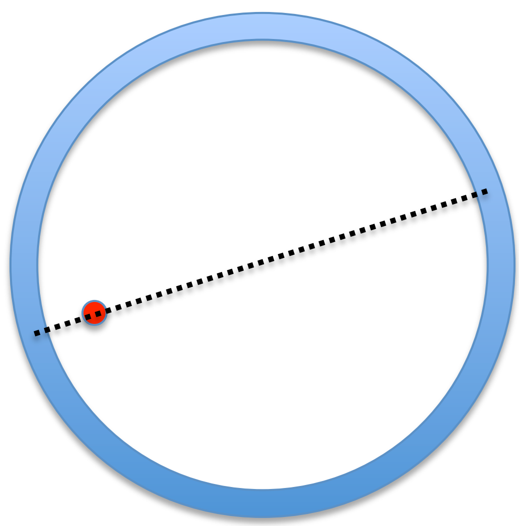
Άσκηση 5

Από τη στιγμή που η ενέργεια στον Ήλιο παράγεται με πυρηνική σύντηξη υδρογόνου σε ήλιο αλλά η σύντηξη γίνεται μόνο στον πυρήνα του Ήλιου όπου οι θερμοκρασίες είναι αρκετά υψηλές, υπολογίστε α) πόσο θα ζήσει ο Ήλιος αν το διαθέσιμο «καύσιμο» είναι το υλικό του πυρήνα που έχει μάζα περίπου το 10% της συνολικής μάζας, $M_{\odot}$, του Ήλιου. β) το ρυθμό με τον οποίο δημιουργούνται νέοι πυρήνες ηλίου στο κέντρο του Ήλιου. Δώστε το αποτέλεσμά σας σε αριθμό νέων πυρήνων ηλίου ανά δευτερόλεπτο, αλλά και σε kgr ανά δευτερόλεπτο. γ) Μια που η μάζα της Σελήνης είναι ~7x10^{22} kgr και η μάζα της Γης ~6x10^{24} kgr υπολογίστε πόσα χρόνια πρέπει να περιμένουμε για να δημιουργηθεί από σύντηξη μάζα νέων πυρήνων ηλίου ίση με τη μάζα της Σελήνης και τη μάζα της Γης αντίστοιχα.

Η ακόλουθη άσκηση είναι ένα κλασικό πρόβλημα το οποίο λύνεται εύκολα με τη χρήση γεωμετρίας χωρίς πολύπλοκες πράξεις και ολοκληρώματα και είναι προαιρετική.

Άσκηση Bonus!

Αποδείξτε ότι η δύναμη της βαρύτητας η οποία ασκείται σε μία σημειακή μάζα «m» (η οποία συμβολίζεται με την κόκκινη τελεία στο παρακάτω σχήμα) που βρίσκεται στο εσωτερικό ενός ομογενούς σφαιρικού φλοιού σχεδόν μηδενικού πάχους, σταθερής πυκνότητας ρ και μάζας Μ, είναι πάντα 0.



Υπόδειξη: Σκεφτείτε αρχικά την περίπτωση όπου η σημειακή μάζα βρίσκεται στο κέντρο του φλοιού. Γιατί η συνολική δύναμη είναι μηδέν; Αν τώρα η σημειακή μάζα βρίσκεται πιο κοντά σε μια πλευρά του σφαιρικού φλοιού, όπως στο παραπάνω σχήμα, σκεφτείτε πώς σχετίζεται η απόσταση αυτή με την αντίστοιχη μάζα της πλευράς του φλοιού?