1η Ομάδα ασκήσεων
Παράδοση: Δευτέρα 5 Οκτωβρίου 2015 στις 16:00

Οι ασκήσεις πρέπει να παραδίδονται γραμμένες σε σελίδες μεγέθους Α4, συρραμμένες, με μόνο μία άσκηση ανά φύλλο ακόμη και αν η λύση είναι λιγότερη από δύο σελίδες. Εξηγήστε όσο πιο αναλυτικά μπορείτε τον τρόπο σκέψης σας. Καθυστερημένη παράδοση ασκήσεων δε γίνεται δεκτή και οι ασκήσεις δε θα επιστραφούν.

Άσκηση 1

Η διαστημική αποστολή Hipparcos, που λειτούργησε κατά την περίοδο 1989-1993, μέτρησε παραλλακτικές γωνίες ~120,000 αστεριών μέχρι το όριο των 0.001*arcsec*.
α) Πόσο μακριά από τη Γη, σε έτη φωτός, ήταν τα πιο μακρινά αστέρια των οποίων την απόσταση μέτρησε ο Hipparcos; Για να εκτιμήσετε τη διακριτική αυτή ικανότητα του τηλεσκοπίου υπολογίστε πόσο μακριά πρέπει να βρίσκετε ένα κέρμα 1 Ευρώ ώστε η φαινόμενη γωνία της διαμέτρου του να είναι 0.001*arcsec*. **Υπόδειξη:** Μετρήστε τη διάμετρο του κέρματος. **Παρατήρηση:** Η αποστολή GAIA η οποία μόλις άρχισε να λειτουργεί μετρά παραλλάξεις αστεριών μέχρι $10\text{x}10^{-6}$ *arcsec*, δηλαδή 100 φορές μικρότερες από τον Hipparcos!

Άσκηση 2

Η γωνία παράλλαξης του Σείριου είναι 0.379*arcsec*. α) Υπολογίστε την απόσταση του Σείριου σε *parsec* (*pc*), σε έτη φωτός (*lyr*) και σε μέτρα (*m*) β) Υπολογίστε τη διαφορά ανάμεσα στο φαινόμενο μέγεθος **m** και απόλυτο μέγεθος **M** του Σείριου, το οποίο είναι γνωστό και ως "**distance modulus: m-M**".

Άσκηση 3

α) Ο Alberio είναι ένα αστέρι στον αστερισμό του Κύκνου το οποίο αν το παρατηρήσουμε ακόμη και με ένα μικρό τηλεσκόπιο φαίνεται ότι είναι ένα διπλό σύστημα αστεριών. Το πρώτο αστέρι έχει μέγεθος m_A=3.18 και το δεύτερο m_B=5.82. Υπολογίστε το φαινόμενο μέγεθος του διπλού συστήματος όπως φαίνεται με το γυμνό μάτι μας, μια που χωρίς τηλεσκόπιο δε μπορούμε να διακρίνουμε τα δύο αστέρια.
β) Ένα αστρικό σμήνος αποτελείται από 100 αστέρια με απόλυτο βολομετρικό μέγεθος $\boldsymbol{M_{bol}}$=0.0 το καθένα και 1000 αστέρια με απόλυτο βολομετρικό μέγεθος $\boldsymbol{M_{bol}}$=6.0 το καθένα. Υπολογίστε το απόλυτο βολομετρικό μέγεθος και των 1100 αστεριών μαζί.

Άσκηση 4

Όπως αναφέραμε στο μάθημα το ολικό ή «βολομετρικό» φαινόμενο μέγεθος $\boldsymbol{m_{bol}}$, ενός αστεριού μας υποδηλώνει πόσο φωτεινό θα φαινόταν ένα αστέρι αν μπορούσαμε να συλλέξουμε το φως που μας στέλνει σε όλα τα μήκη κύματος. Αυτό γράφεται ως:

$$m_{bol} = -2.5\log\left(\int_{\lambda=0}^{\lambda=\infty} F(\lambda)d\lambda\right) + C_{bol}$$

όπου C_{bol} είναι μία σταθερά και *F(λ)* η ροή ακτινοβολίας του αστεριού. Από τη στιγμή που γνωρίζετε ότι η απόστασή μας από τον Ήλιο και τη λαμπρότητά του καθώς και ότι το φαινόμενο βολομετρικό μέγεθος του Ήλιου είναι $m_{\odot bol} = -26.83$, δείξτε ότι C_{bol}=-18.99.

Άσκηση 5

Ο Vega, το πιο φωτεινό αστέρι στον αστερισμό της Λύρας, βρίσκεται σε απόσταση 7.68pc από τη Γη, έχει επιφανειακή ενεργό θερμοκρασία T_{eff}=9600K, ακτίνα R=2.36$R_\odot$ και λαμπρότητα L=40.12$L_\odot$ (όπου $R_\odot$ και $L_\odot$ η ακτίνα και η λαμπρότητα του Ήλιου). Υποθέτοντας ότι ο Vega ακτινοβολεί ως «μέλαν σώμα» υπολογίστε τα ακόλουθα μεγέθη του: α) Το φαινόμενο βολομετρικό μέγεθος, β) το απόλυτο βολομετρικό μέγεθος, γ) το «distance modulus» δ) Τη ροή ακτινοβολίας του αστεριού στην επιφάνειά του ε) Τη ροή ακτινοβολίας του Vega όπως τη μετράμε στη Γη. Συγκρίνετε τη ροή αυτή με τη ροή ακτινοβολίας που μας στέλνει ο Ήλιος.

Η ακόλουθη άσκηση είναι προαιρετική.

Άσκηση bonus!

Γνωρίζουμε ότι τα αστέρια εκπέμπουν «σχεδόν» ως μελανά σώματα. Επομένως η ροή ακτινοβολίας, η οποία εκπέμπεται από κάθε σημείο της επιφάνειάς τους, ως συνάρτηση του μήκους κύματος εκπομπής λ και της επιφανειακής «ενεργού» θερμοκρασίας T_{eff},=T δίνεται από το γνωστό τύπο του Planck:

$$B(\lambda) = \frac{2hc^2}{\lambda^5}\frac{1}{e^{hc/\lambda kT}-1}$$, όπου το B(λ) έχει μονάδες [Watt m^{-2} m^{-1} sr^{-1}].

όπου sr=steradian η στερεά γωνία σε ακτίνια. Ο ίδιος τύπος μπορεί να γραφεί ως συνάρτηση της συχνότητας εκπομπής (ν) της ακτινοβολίας, αντί για το μήκος κύματος, αν θυμηθούμε ότι B(λ)dλ = B(ν)dν και ν =c/λ:

$$B(\nu) = \frac{2h\nu^3}{c^2}\frac{1}{e^{h\nu/kT}-1}$$ όπου το B(ν) έχει μονάδες [Watt m^{-2} Hz^{-1} sr^{-1}]

Αν ένα αστέρι έχει ακτίνα R, αποδείξτε με βάση τα παραπάνω ότι:
α) η ολική λαμπρότητα του αστεριού δίνεται από τον τύπο $L = 4\pi R^2 \sigma T^4$
β) Το μέγιστο της ακτινοβολίας B(λ) δίνεται από τη σχέση $\lambda_{max} \cong \frac{0.29}{T}\ cm$, όπου η θερμοκρασία T μετριέται σε Kelvin.

Υπόδειξη: α) Χρησιμοποιήστε το ολοκλήρωμα του B(ν) γνωρίζοντας πως ισχύει ότι: $\int_{x=0}^{x=+\infty} \frac{x^3 dx}{e^x-1} = \frac{\pi^4}{15}$ β) Ισχύει ότι: $\frac{xe^x}{e^x-1} - 5 = 0 \Rightarrow x \cong 4.96$